2021 CCF 非专业级别软件能力认证第一轮

（CSP-S1）提高级 C++语言试题

认证时间：2021 年 9 月 19 日 09:30~11:30

考生注意事项：

- 试题纸共有 16 页，答题纸共有 1 页，满分 100 分。请在答题纸上作答，写在试题纸上的一律无效。
- 不得使用任何电子设备（如计算器、手机、电子词典等）或查阅任何书籍资料。

一、单项选择题（共 15 题，每题 2 分，共计 30 分；每题有且仅有一个正确选项）

1. 在 Linux 系统终端中，用于列出当前目录下所含的文件和子目录的命令为（　）。

A. ls

B. cd

C. cp

D. all

2. 二进制数 00101010_2 和 00010110_2 的和为（　）。

A. 00111100_2

B. 01000000_2

C. 00111100_2

D. 01000010_2

3. 在程序运行过程中，如果递归调用的层数过多，可能会由于（　）引发错误。

A. 系统分配的栈空间溢出

B. 系统分配的队列空间溢出

C. 系统分配的链表空间溢出

D. 系统分配的堆空间溢出

4. 以下排序方法中，（　）是不稳定的。

A. 插入排序

B. 冒泡排序

C. 堆排序

D. 归并排序

5. 以比较为基本运算，对于 2n 个数，同时找到最大值和最小值，最坏情况下需要的最小的比较次数为（ ）。

A. 4n-2

B. 3n+1

C. 3n-2

D. 2n+1

6. 现有一个地址区间为 0～10 的哈希表，对于出现冲突情况，会往后找第一个空的地址存储（到 10 冲突了就从 0 开始往后），现在要依次存储（0，1，2，3，4，5，6，7），哈希函数为 $h(x)=x^2 \bmod 11$。请问 7 存储在哈希表哪个地址中（ ）。

A. 5

B. 6

C. 7

D. 8

7. G 是一个非连通简单无向图（没有自环和重边），共有 36 条边，则该图至少有（ ）个点。

A. 8

B. 9

C. 10

D. 11

8. 令根结点的高度为 1，则一棵含有 2021 个结点的二叉树的高度至少为（ ）。

A. 10

B. 11

C. 12

D. 2021

9. 前序遍历和中序遍历相同的二叉树为且仅为（ ）。

A. 只有 1 个点的二叉树

B. 根结点没有左子树的二叉树

C. 非叶子结点只有左子树的二叉树

D. 非叶子结点只有右子树的二叉树

10. 定义一种字符串操作为交换相邻两个字符。将“DACFEB”变为“ABCDEF”最少需要（ ）次上述操作。

A. 7

B. 8

C. 9

D. 6

11. 有如下递归代码

```
solve(t, n):
  if t=1 return 1
  else return 5*solve(t-1,n) mod n
```

则 solve(23,23)的结果为（ ）。

A. 1

B. 7

C. 12

D. 22

12. 斐波那契数列的定义为：$F_1=1$，$F_2=1$，$F_n=F_{n-1}+F_{n-2}$ (n>=3)。现在用如下程序来计算斐波那契数列的第 n 项，其时间复杂度为（ ）。

```
F(n):
  if n<=2 return 1
  else return F(n-1) + F(n-2)
```

A. O(n)

B. O(n^2)

C. O(2^n)

D. O($n\log n$)

13. 有 8 个苹果从左到右排成一排，你要从中挑选至少一个苹果，并且不能同时挑选相邻的两个苹果，一共有（　）种方案。

A. 36

B. 48

C. 54

D. 64

14. 设一个三位数 n= $\overline{abc}$，a, b, c 均为 1～9 之间的整数，若以 a、 b、 c 作为三角形的三条边可以构成等腰三角形（包括等边），则这样的 n 有（　）个。

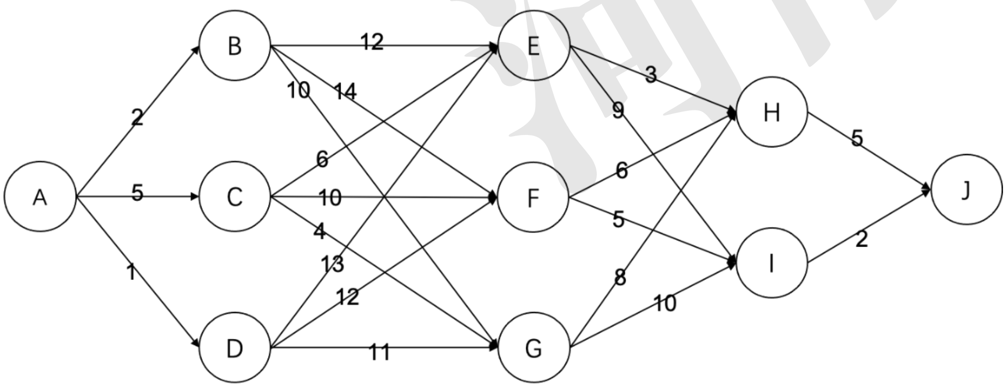
A. 81

B. 120

C. 165

D. 216

15. 有如下的有向图，节点为 A, B, … , J, 其中每条边的长度都标在图中。则节点 A 到节点 J 的最短路径长度为（　）。



A. 16

B. 19

C. 20

D. 22

二、阅读程序（程序输入不超过数组或字符串定义的范围；判断题正确填√，错误填×；除特殊说明外，判断题 **1.5** 分，选择题 **3** 分，共计 **40** 分）

(1)

```
#include <iostream>
#include <cmath>
using namespace std;

const double r = acos(0.5);

int a1, b1, c1, d1;
int a2, b2, c2, d2;

inline int sq(const int x) { return x * x; }
inline int cu(const int x) { return x * x * x; }

int main()
{
    cout.flags(ios::fixed);
    cout.precision(4);

    cin >> a1 >> b1 >> c1 >> d1;
    cin >> a2 >> b2 >> c2 >> d2;

    int t = sq(a1 - a2) + sq(b1 - b2) + sq(c1 - c2);

    if (t <= sq(d2 - d1)) cout << cu(min(d1, d2)) * r * 4;
    else if (t >= sq(d2 + d1)) cout << 0;
    else {
        double x = d1 - (sq(d1) - sq(d2) + t) / sqrt(t) / 2;
        double y = d2 - (sq(d2) - sq(d1) + t) / sqrt(t) / 2;
        cout << (x * x * (3 * d1 - x) + y * y * (3 * d2 - y)) * r;
    }
    cout << endl;
    return 0;
}
```

假设输入的所有数的绝对值都不超过 1000，完成下面的判断题和单选题：

- 判断题

16. 将第 21 行中 t 的类型声明从 int 改为 double，**不会**影响程序运行的结果。（ ）

17. 将第 26、27 行中的“/ sqrt(t) / 2”替换为“/ 2 / sqrt(t)”，**不会**影响程序运行的结果。（ ）

18. 将第 28 行中的“x * x”改成“sq(x)”、“y * y”改成“sq(y)” ，**不会**影响程序运行的结果。（ ）

19. **（2 分）**当输入为“0 0 0 1 1 0 0 1”时，输出为“1.3090”。（ ）

- 单选题

20. 当输入为“1 1 1 1 1 1 1 2”时，输出为（ ）。
   A. “3.1416” B. “6.2832” C. “4.7124” D. “4.1888”

21. **（2.5 分）**这段代码的含义为（ ）。
   A. 求圆的面积并
   B. 求球的体积并
   C. 求球的体积交
   D. 求椭球的体积并

(2)

```
01 #include <algorithm>
02 #include <iostream>
03 using namespace std;
04
05 int n, a[1005];
06
07 struct Node
08 {
09     int h, j, m, w;
10
11     Node(const int _h, const int _j, const int _m, const int _w):
12         h(_h), j(_j), m(_m), w(_w)
13     { }
14
15     Node operator+(const Node &o) const
16     {
17         return Node(
18             max(h, w + o.h),
19             max(max(j, o.j), m + o.h),
20             max(m + o.w, o.m),
21             w + o.w);
22     }
```

```cpp
};

Node solve1(int h, int m)
{
    if (h > m)
        return Node(-1, -1, -1, -1);
    if (h == m)
        return Node(max(a[h], 0), max(a[h], 0), max(a[h], 0), a[h]);
    int j = (h + m) >> 1;
    return solve1(h, j) + solve1(j + 1, m);
}

int solve2(int h, int m)
{
    if (h > m)
        return -1;
    if (h == m)
        return max(a[h], 0);
    int j = (h + m) >> 1;
    int wh = 0, wm = 0;
    int wht = 0, wmt = 0;
    for (int i = j; i >= h; i--) {
        wht += a[i];
        wh = max(wh, wht);
    }
    for (int i = j + 1; i <= m; i++) {
        wmt += a[i];
        wm = max(wm, wmt);
    }
    return max(max(solve2(h, j), solve2(j + 1, m)), wh + wm);
}

int main()
{
    cin >> n;
    for (int i = 1; i <= n; i++) cin >> a[i];
    cout << solve1(1, n).j << endl;
    cout << solve2(1, n) << endl;
    return 0;
}
```

假设输入的所有数的绝对值都不超过 1000，完成下面的判断题和单选题：

- 判断题

22. 程序**总是**会正常执行并输出两行两个相等的数。（ ）

23. 第 28 行与第 38 行分别有可能执行两次及以上。（ ）

24. 当输入为“5 -10 11 -9 5 -7”时，输出的第二行为“7”。（ ）

- 单选题

25. solve1(1, n) 的时间复杂度为（ ）。
A. $\Theta(\log n)$　B. $\Theta(n)$　C. $\Theta(n\log n)$　D. $\Theta(n^2)$

26. solve2(1, n) 的时间复杂度为（ ）。
A. $\Theta(\log n)$　B. $\Theta(n)$　C. $\Theta(n\log n)$　D. $\Theta(n^2)$

27. 当输入为“10 -3 2 10 0 -8 9 -4 -5 9 4”时，输出的第一行为（ ）。
A. “13”　B. “17”　C. “24”　D. “12”

(3)

```
01 #include <iostream>
02 #include <string>
03 using namespace std;
04
05 char base[64];
06 char table[256];
07
08 void init()
09 {
10     for (int i = 0; i < 26; i++) base[i] = 'A' + i;
11     for (int i = 0; i < 26; i++) base[26 + i] = 'a' + i;
12     for (int i = 0; i < 10; i++) base[52 + i] = '0' + i;
13     base[62] = '+', base[63] = '/';
14
15     for (int i = 0; i < 256; i++) table[i] = 0xff;
16     for (int i = 0; i < 64; i++) table[base[i]] = i;
17     table['='] = 0;
18 }
19
20 string encode(string str)
21 {
22     string ret;
23     int i;
24     for (i = 0; i + 3 <= str.size(); i += 3) {
25         ret += base[str[i] >> 2];
26         ret += base[(str[i] & 0x03) << 4 | str[i + 1] >> 4];
27         ret += base[(str[i + 1] & 0x0f) << 2 | str[i + 2] >> 6];
28         ret += base[str[i + 2] & 0x3f];
```

```
    }
    if (i < str.size()) {
        ret += base[str[i] >> 2];
        if (i + 1 == str.size()) {
            ret += base[(str[i] & 0x03) << 4];
            ret += "==";
        }
        else {
            ret += base[(str[i] & 0x03) << 4 | str[i + 1] >> 4];
            ret += base[(str[i + 1] & 0x0f) << 2];
            ret += "=";
        }
    }
    return ret;
}

string decode(string str)
{
    string ret;
    int i;
    for (i = 0; i < str.size(); i += 4) {
        ret += table[str[i]] << 2 | table[str[i + 1]] >> 4;
        if (str[i + 2] != '=')
            ret += (table[str[i + 1]] & 0x0f) << 4 | table[str[i + 2]] >> 2;
        if (str[i + 3] != '=')
            ret += table[str[i + 2]] << 6 | table[str[i + 3]];
    }
    return ret;
}

int main()
{
    init();
    cout << int(table[0]) << endl;

    int opt;
    string str;
    cin >> opt >> str;
    cout << (opt ? decode(str) : encode(str)) << endl;
    return 0;
}
```

假设输入总是合法的（一个整数和一个不含空白字符的字符串，用空格隔开），完成下面的判断题和单选题：

- 判断题

28. 程序总是先输出**一行**一个整数，再输出**一行**一个字符串。（　）

29. 对于任意不含空白字符的字符串 `str1`，先执行程序输入“`0 str1`”，得到输出的第二行记为 `str2`；再执行程序输入“`1 str2`”，输出的第二行必为 `str1`。（　）

30. 当输入为“`1 SGVsbG93b3JsZA==`”时，输出的第二行为“`HelloWorld`”。（　）

- 单选题

31. 设输入字符串长度为 n，encode 函数的时间复杂度为（　）。

A. $\Theta(\sqrt{n})$　　B. $\Theta(n)$　　C. $\Theta(n\log n)$　　D. $\Theta(n^2)$

32. 输出的第一行为（　）。

A. “`0xff`”　　B. “`255`”　　C. “`0xFF`”　　D. “`-1`”

33. （**4 分**）当输入为“`0 CSP2021csp`”时，输出的第二行为（　）。

A. “`Q1NQMjAyMWNzcAv=`”　　B. “`Q1NQMjAyMGNzcA==`”
C. “`Q1NQMjAyMGNzcAv=`”　　D. “`Q1NQMjAyMWNzcA==`”

三、　完善程序（单选题，每小题 3 分，共计 30 分）

(1)（魔法数字）小 H 的魔法数字是 4。给定 n，他希望用若干个 4 进行若干次加法、减法和整除运算得到 n。但由于小 H 计算能力有限，计算过程中只能出现不超过 $M = 10000$ 的正整数。求至少可能用到多少个 4。

例如，当 $n = 2$ 时，有 $2 = (4 + 4)/4$，用到了 3 个 4，是最优方案。

试补全程序。

```
#include <iostream>
#include <cstdlib>
#include <climits>

using namespace std;

const int M = 10000;
bool Vis[M + 1];
int F[M + 1];

```

```
void update(int &x, int y) {
    if (y < x)
        x = y;
}

int main() {
    int n;
    cin >> n;
    for (int i = 0; i <= M; i++)
        F[i] = INT_MAX;
    ①;
    int r = 0;
    while (②) {
        r++;
        int x = 0;
        for (int i = 1; i <= M; i++)
            if (③)
                x = i;
        Vis[x] = 1;
        for (int i = 1; i <= M; i++)
            if (④) {
                int t = F[i] + F[x];
                if (i + x <= M)
                    update(F[i + x], t);
                if (i != x)
                    update(F[abs(i - x)], t);
                if (i % x == 0)
                    update(F[i / x], t);
                if (x % i == 0)
                    update(F[x / i], t);
            }
    }
    cout << F[n] << endl;
    return 0;
}
```

34. ①处应填（ ）

A. `F[4] = 0`　　B. `F[1] = 4`　　C. `F[1] = 2`　　D. `F[4] = 1`

35. ②处应填（ ）

A. `!Vis[n]`　　B. `r < n`

C. `F[M] == INT_MAX`　　D. `F[n] == INT_MAX`

36. ③处应填（ ）

A. `F[i] == r`

B. `!Vis[i] && F[i] == r`

C. `F[i] < F[x]`

D. `!Vis[i] && F[i] < F[x]`

37. ④处应填（ ）

A. `F[i] < F[x]` B. `F[i] <= r` C. `Vis[i]` D. `i <= x`

(2)（RMQ 区间最值问题）给定序列 $a_0,\dots,a_{n-1}$，和 m 次询问，每次询问给定 l,r，求 $\max\{a_l,\dots,a_r\}$。

为了解决该问题，有一个算法叫 the Method of Four Russians，其时间复杂度为 $O(n+m)$，步骤如下：

- 建立 Cartesian（笛卡尔）树，将问题转化为树上的 LCA（最近公共祖先）问题。
- 对于 LCA 问题，可以考虑其 Euler 序（即按照 DFS 过程，经过所有点，环游回根的序列），即求 Euler 序列上两点间**一个新的 RMQ 问题。**
- 注意新的问题为 ±1 RMQ，即相邻两点的深度差一定为 1。

下面解决这个 ±1 RMQ 问题，“序列”指 Euler 序列：

- 设 t 为 Euler 序列长度。取 $b=\left\lceil\frac{\log_2 t}{2}\right\rceil$。将序列每 b 个分为一大块， 使用 ST 表（倍增表）处理大块间的 RMQ 问题，复杂度 $O\left(\frac{t}{b}\log t\right)=O(n)$。
- **（重点）**对于一个块内的 RMQ 问题，也需要$O(1)$ 的算法。由于差分数组 2^{b-1} 种，可以预处理出所有情况下的最值位置，预处理复杂度 $O(b2^b)$，不超过 $O(n)$。
- 最终，对于一个查询，可以转化为中间整的大块的 RMQ 问题，以及两端块内的 RMQ 问题。

试补全程序。

```
#include <iostream>
#include <cmath>

using namespace std;

const int MAXN = 100000, MAXT = MAXN << 1;
const int MAXL = 18, MAXB = 9, MAXC = MAXT / MAXB;

struct node {
    int val;
    int dep, dfn, end;
```

```
    node *son[2]; // son[0], son[1] 分别表示左右儿子
} T[MAXN];

int n, t, b, c, Log2[MAXC + 1];
int Pos[(1 << (MAXB - 1)) + 5], Dif[MAXC + 1];
node *root, *A[MAXT], *Min[MAXL][MAXC];

void build() { // 建立 Cartesian 树
    static node *S[MAXN + 1];
    int top = 0;
    for (int i = 0; i < n; i++) {
        node *p = &T[i];
        while (top && S[top]->val < p->val)
            ①;
        if (top)
            ②;
        S[++top] = p;
    }
    root = S[1];
}

void DFS(node *p) { // 构建 Euler 序列
    A[p->dfn = t++] = p;
    for (int i = 0; i < 2; i++)
        if (p->son[i]) {
            p->son[i]->dep = p->dep + 1;
            DFS(p->son[i]);
            A[t++] = p;
        }
    p->end = t - 1;
}

node *min(node *x, node *y) {
    return ③ ? x : y;
}

void ST_init() {
    b = (int)(ceil(log2(t) / 2));
    c = t / b;
    Log2[1] = 0;
    for (int i = 2; i <= c; i++)
        Log2[i] = Log2[i >> 1] + 1;
    for (int i = 0; i < c; i++) {
        Min[0][i] = A[i * b];
```

```
        for (int j = 1; j < b; j++)
            Min[0][i] = min(Min[0][i], A[i * b + j]);
    }
    for (int i = 1, l = 2; l <= c; i++, l <<= 1)
        for (int j = 0; j + l <= c; j++)
            Min[i][j] = min(Min[i - 1][j], Min[i - 1][j + (l >> 1)]);
}

void small_init() { // 块内预处理
    for (int i = 0; i <= c; i++)
        for (int j = 1; j < b && i * b + j < t; j++)
            if (④)
                Dif[i] |= 1 << (j - 1);
    for (int S = 0; S < (1 << (b - 1)); S++) {
        int mx = 0, v = 0;
        for (int i = 1; i < b; i++) {
            ⑤;
            if (v < mx) {
                mx = v;
                Pos[S] = i;
            }
        }
    }
}

node *ST_query(int l, int r) {
    int g = Log2[r - l + 1];
    return min(Min[g][l], Min[g][r - (1 << g) + 1]);
}

node *small_query(int l, int r) { // 块内查询
    int p = l / b;
    int S = ⑥;
    return A[l + Pos[S]];
}

node *query(int l, int r) {
    if (l > r)
        return query(r, l);
    int pl = l / b, pr = r / b;
    if (pl == pr) {
        return small_query(l, r);
    } else {
```

```
        node *s = min(small_query(l, pl * b + b - 1),
                                      small_query(pr * b, r));
        if (pl + 1 <= pr - 1)
            s = min(s, ST_query(pl + 1, pr - 1));
        return s;
    }
}

int main() {
    int m;
    cin >> n >> m;
    for (int i = 0; i < n; i++)
        cin >> T[i].val;
    build();
    DFS(root);
    ST_init();
    small_init();
    while (m--) {
        int l, r;
        cin >> l >> r;
        cout << query(T[l].dfn, T[r].dfn)->val << endl;
    }
    return 0;
}
```

38.①处应填（   ）

A. `p->son[0] = S[top--]`

B. `p->son[1] = S[top--]`

C. `S[top--]->son[0] = p`

D. `S[top--]->son[1] = p`

39.②处应填（   ）

A. `p->son[0] = S[top]`

B. `p->son[1] = S[top]`

C. `S[top]->son[0] = p`

D. `S[top]->son[1] = p`

40.③处应填（ ）

A. `x->dep < y->dep`

B. `x < y`

C. `x->dep > y->dep`

D. `x->val < y->val`

41.④处应填（   ）

A. `A[i * b + j - 1] == A[i * b + j]->son[0]`

B. `A[i * b + j]->val < A[i * b + j - 1]->val`

C. `A[i * b + j] == A[i * b + j - 1]->son[1]`

D. `A[i * b + j]->dep < A[i * b + j - 1]->dep`

42.⑤处应填（　）

A. `v += (S >> i & 1) ? -1 : 1`

B. `v += (S >> i & 1) ? 1 : -1`

C. `v += (S >> (i - 1) & 1) ? 1 : -1`

D. `v += (S >> (i - 1) & 1) ? -1 : 1`

43.⑥处应填（　）

A. `(Dif[p] >> (r - p * b)) & ((1 << (r - l)) - 1)`

B. `Dif[p]`

C. `(Dif[p] >> (l - p * b)) & ((1 << (r - l)) - 1)`

D. `(Dif[p] >> ((p + 1) * b - r)) & ((1 << (r - l + 1)) - 1)`